

УДК 62-83 (075.8)

Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., Леванюк Д. В.

ФУНДАМЕНТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРОКОВИХ ДВИГУНІВ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ СУЧАСНИХ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ

Динамічні характеристики крокових двигунів (КД), широко вживаних в даний час в системах управління бортових обчислювальних комплексів сучасних вантажопідйомних кранів та іншої будівельної техніки, надзвичайно важливі і їх необхідно враховувати при виборі КД, а також їх мікропроцесорних систем управління [1–3].

Існує декілька теорій, що описують динаміку КД, які висловлені в роботах [1–10]. Проте, на думку авторів даної роботи, основні динамічні характеристики КД, особливо в перехідних процесах (встановлення необхідного кута), вивчені недостатньо і ще вимагають подальшого всебічного і фундаментального аналізу.

Метою даної роботи є встановлення основних динамічних характеристик КД систем управління (бортових обчислювальних комплексів) сучасних вантажопідйомних кранів будівельної техніки і їх особливостей в перехідних процесах для оптимізації управління (і гасіння можливих коливальних процесів в самих КД в максимально стислі терміни). Для досягнення поставленої вище мети використані підходи і моделі, розвинені в [1–10], а також стандартний математичний апарат (операційне числення для лінеаризованих фундаментальних рівнянь КД), приведений в [11–12].

1. Фундаментальні рівняння КД і їх лінеаризація.

Для аналізу коливальних явищ і їх загасання в КД використовуватимемо моделі [1–3]. При цьому не має значення, який КД вибраний: 1) з постійними магнітами; 2) гібридний, – оскільки їх фізико-механічні моделі співпадають.

1.1. Двигуни з постійними магнітами і гібридні двигуни.

Тут і у подальшому p позначає число пар полюсів (магнітних) в КД, які розташовані на роторі, а статор КД складається з ідентичних полюсів і обмоток, розташованих через рівні інтервали l (крок зубців), рад.

Рівняння руху ротора КД для кута його повороту q , рад. має вигляд:

$$J \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + D \cdot \frac{dq}{dt} + p \cdot n \cdot \Phi_m \cdot i_A \cdot \sin(p \cdot q) + p \cdot n \cdot \Phi_m \cdot i_B \cdot \sin\{p \cdot (q - l)\} = 0. \quad (1)$$

де J – момент інерції ротора, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; D – коефіцієнт в'язкого тертя, який враховує наявність повітря і тертя, а також може бути використаний для опису електромагнітних ефектів другого порядку, що виникають через гістерезис і вихрові струми. Рівняння для напруги в обмотках статора:

$$\begin{cases} V - r \cdot i_A - L \cdot \frac{di_A}{dt} - M \cdot \frac{di_B}{dt} + \frac{d}{dt} \{n \cdot \Phi_m \cdot \cos(p \cdot q)\} = 0; & (2) \\ V - r \cdot i_B - L \cdot \frac{di_B}{dt} - M \cdot \frac{di_A}{dt} + \frac{d}{dt} \{n \cdot \Phi_m \cdot \cos(p \cdot (q - l))\} = 0, & (3) \end{cases}$$

де V – напруга джерела живлення; L – власна індуктивність кожної фази; M – взаємна індуктивність ($[L], [M] = \text{Гн}$); i_A, i_B – струми фаз А і В КД ($[i_A, i_B] = \text{А}$); $[V] = \text{В}$; n – число витків у обмотці магнітів; Φ_m – амплітуда магнітного потоку, $\text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вд}$; p – число пар полюсів (ротора КД); l – крок зубців статора, що складається з ідентичних

полюсів і обмоток, розташованих через рівні інтервали $[l] = \text{rad}$; r – опір обмотки статора, Ом; t – час, (с). Решта позначень в (1) – (3) загальноприйняті.

При виводі рівнянь (1)–(3) прийнятий ряд допущень. Зокрема, L і M не залежать від q . Оскільки представлені вище рівняння застосовні при збудженні обох фаз A і B , то ними можна адекватно описати двофазне збудження. Метод, розвинений в [1–10], дозволяє описати однофазне збудження, якщо припустити $I = 0$ у кінцевих виразах або на раніших стадіях аналізу. При однофазному збудженні обидва полюси магніту збуджуються одночасно.

Рівняння (1)–(3) є нелінійними диференціальними рівняннями, які в подальшому викладі лінеаризуються. Якщо по обмотках обох фаз проходить постійний струм I_0 , то положення рівноваги досягається при $q = \frac{l}{2}$.

Відхилення від положення рівноваги позначимо через dq . Воно є функцією часу t і в подальшому аналізі мале. Коли ротор повертається або коливається, струм в обох обмотках відхиляється від сталого значення на i_A і i_B відповідно. Рівняння (1)–(3) лінеаризуються і представляються у наступному виді:

$$\begin{cases} J \cdot \frac{d^2(dq)}{dt^2} + D \cdot \frac{d(dq)}{dt} + 2p^2 \cdot \Phi_M \cdot n \cdot I_0 \cdot \cos\left(\frac{pl}{2}\right) \cdot (dq) + p \cdot \Phi_M \cdot n \cdot \sin\left(\frac{pl}{2}\right) \cdot (di_A - di_B) = 0; \\ r \cdot (di_A) + L \cdot \frac{d(di_A)}{dt} + M \cdot \frac{d(di_B)}{dt} - p \cdot \Phi_M \cdot n \cdot \sin\left(\frac{pl}{2}\right) \cdot \frac{d(dq)}{dt} = 0; \\ r \cdot (di_B) + L \cdot \frac{d(di_B)}{dt} + M \cdot \frac{d(di_A)}{dt} + p \cdot \Phi_M \cdot n \cdot \sin\left(\frac{pl}{2}\right) \cdot \frac{d(dq)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Визначимо, яка функція виражає положення ротора $dq(t)$ після початку руху від положення рівноваги при куті q_i . Цікаво також визначити як змінюються з часом значення i_A і i_B . Застосуємо для вирішення системи (4) перетворення Лапласа, позначаючи $\frac{d}{dt} \equiv S$, $\frac{d^2}{dt^2} \equiv S^2$, за початкових умов $dq|_{t=0} = q_i$; $\frac{d(dq)}{dt}|_{t=0} = 0$.

Перетворення Лапласа від шуканих функцій позначимо великими буквами:

$$dq(t) \Rightarrow q(s), \quad di_A(t) \Rightarrow I_A(s), \quad di_B(t) \Rightarrow I_B(s).$$

Рішення системи (4) мають вигляд:

$$I_A(s) = -I_B(s) = \frac{p \cdot \Phi_M \cdot n \cdot \sin\left(\frac{pl}{2}\right) \cdot (s \cdot q(s) - q_i)}{(r + L_p \cdot s)}; \quad (5)$$

$$q(s) = \frac{\left\{ s^2 + \left(\frac{r}{L_p} + \frac{D}{J} \right) \cdot s + \left(\frac{r}{L_p} \cdot \frac{D}{J} + k_p \cdot w_{np}^2 \right) \right\} \cdot q_i}{s^3 + \left(\frac{r}{L_p} + \frac{D}{J} \right) \cdot s^2 + \left[\frac{r}{L_p} \cdot \frac{D}{J} + w_{np}^2 (1 + k_p) \right] \cdot s + \left(\frac{r}{L_p} \right) \cdot w_{np}^2}. \quad (6)$$

Для $q(s)$ з урахуванням можливих спрощень замість (6) маємо:

$$q(s) = \frac{\left\{ s^2 + \left(\frac{r}{L_p} + \frac{D}{J} \right) \cdot s + \frac{r}{L_p} \cdot \frac{D}{J} \right\} \cdot q_i}{s^3 + \left(\frac{r}{L_p} + \frac{D}{J} \right) \cdot s^2 + \left[\frac{r}{L_p} \cdot \frac{D}{J} + \tilde{w}_{np}^2 \right] \cdot s + \left(\frac{r}{L_p} \right) \cdot \tilde{w}_{np}^2} \quad (7)$$

Рівняння (6) і (7) є найважливішими, оскільки описують зміну кута повороту ротора КД в часі $q(t)$. Основною особливістю цього рівняння ((6) або (7)) є те, що його знаменник має третій порядок по змінній s .

1.2. Реактивні КД.

Подальші міркування проведені стосовно однопакетного реактивного КД, але результати можна застосовувати і для багатопакетних типів, якщо припустити, що взаємні індуктивності рівні нулю. Індуктивності (L_A, L_B) і взаємні індуктивності (M_{AB}) обмоток двох фаз моделі (A, B) мають вигляд:

$$\begin{cases} L_A = L_0 + L \cdot \cos(p \cdot q); \\ L_B = L_0 + L \cdot \cos[2p \cdot (q - l)]; \\ M_{AB} = -M_0 + M \cdot \cos\left[2p \cdot \left(q - \frac{l}{2}\right)\right]. \end{cases} \quad (8)$$

Знак мінус перед M_0 у (8) показує, що позитивний струм в одній з обмоток створює негативне потокозчеплення в іншій.

У лінеаризованій формі рівняння руху ротора приймуть вигляд:

$$\begin{cases} J \cdot \frac{d^2(dq)}{dt^2} + D \cdot \frac{d(dq)}{dt} + 4p^2 \cdot I_0^2 \cdot (M + L \cdot \cos(pl)) \cdot dq + 2p \cdot I_0 \cdot L \cdot \sin(pl) \cdot (di_A - di_B) = 0; \\ r \cdot (di_A) + (L_0 + L \cdot \cos(pl)) \cdot \frac{d(di_A)}{dt} + (M - M_0) \cdot \frac{d(di_B)}{dt} - 2p \cdot I_0 \cdot L \cdot \sin(pl) \cdot \frac{d(dq)}{dt} = 0; \\ r \cdot (di_B) + (L_0 + L \cdot \cos(pl)) \cdot \frac{d(di_B)}{dt} + (M - M_0) \cdot \frac{d(di_A)}{dt} + 2p \cdot I_0 \cdot L \cdot \sin(pl) \cdot \frac{d(dq)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Рівняння системи (9) ідентичні за формою для змінних dq, di_A, di_B системи (7), що описують динаміку КД з постійними магнітами, і їх рішення за тих же початкових умов буде наступним:

$$I_A = -I_B = \frac{2p \cdot I_0 \cdot \sin(pl) \cdot (sq - q_i)}{(r + L_0 \cdot s)} \quad (10)$$

2. Однокрокова реакція.

Подивимося далі реакцію КД. Рішення (6), (7), і відповідають передавальним функціям третього порядку, якщо аналізувати знаменники формул для $q(s)$.

Фізичний механізм електромагнітного демпфування при двофазному збудженні полягає в наступному.

При двофазному збудженні (управлінні) рівняння руху і балансу напруг залежать одне від одного. Рішення (5) або (10) показує, що ЕРС індукції, виникаюча при русі, створює рівні і протилежні струми в збуджених фазах, які викликають ефект циркулюючого струму досить великого значення, близького до I_0 . Загальний струм, що проходить через джерело, стає рі-

вний, щонайменше, $2I_0$, і це не впливає на потужність, що віддається джерелом. Якщо рух ротора коливальний, то циркулюючий струм також має коливальний характер і викликає втрати в обмотках. Це явище показує, що кінетична енергія ротора розсіюється, переходячи в теплові втрати, тому коливання його швидко затухатимуть.

Знаменник передавальної функції (6), (7), прирівняний нулю, визначає характеристичне рівняння для конкретної системи. Якщо постійна загасання D , виникаюча через опір повітря, рівна нулю ($D = 0$), тоді характеристичне рівняння для двофазного управління ($I \neq 0$) приймає вигляд:

$$s^3 + \left(\frac{r}{L_p}\right) \cdot s^2 + (1 + k_p) \cdot w_{np}^2 \cdot s + \left(\frac{r}{L_p}\right) \cdot w_{np}^2 = 0, \quad (11)$$

де $\left(\frac{r}{L_p}\right)$ – величина, зворотна постійній часу електричного ланцюга КД; k_p – константа, яка задає міру внутрішнього демпфуючого потенціалу самого КД; w_{np} – недемпфована власна частота малих коливань ротора біля положення рівноваги.

Кубічне рівняння (10), за твердженням авторів [1–3], для $0 < k_p < 8$ має один дійсний і два комплексно-зв'язані кореня. Майже для всіх КД $0 < k_p < 1$, то (11) можна записати у вигляді:

$$(s + a) \cdot [(s + b)^2 + w^2] = 0. \quad (12)$$

a, b, w рівняння (12) можна, у свою чергу, знайти з системи рівнянь:

$$\begin{cases} a + 2b = r \cdot L_p; \\ a \cdot (b^2 + w^2) = (r \cdot L_p) \cdot w_{np}^2; \\ b^2 + w^2 + 2ab = (1 + k_p) \cdot w_{np}^2, \end{cases} \quad (13)$$

причому $(a, b, w) > 0$.

На рис. 1, 2 наведені типові закони руху відхилення ротора КД від положення рівноваги для різних k_p отримані по приведеній методиці при різних значення.

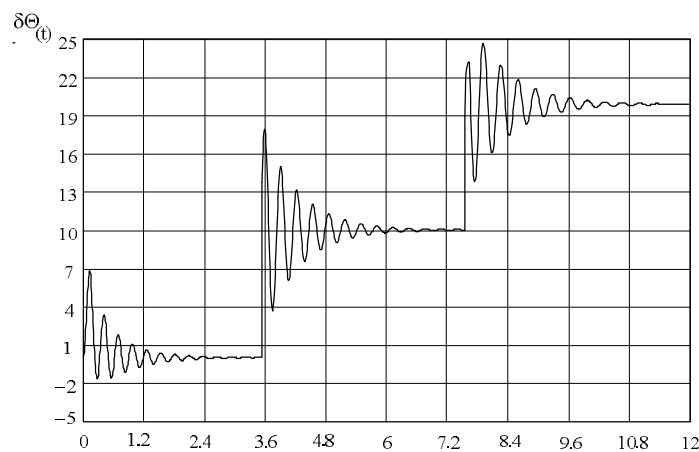


Рис. 1. Закон руху відхилення ротора КД від положення рівноваги при $k_p = 1,0$

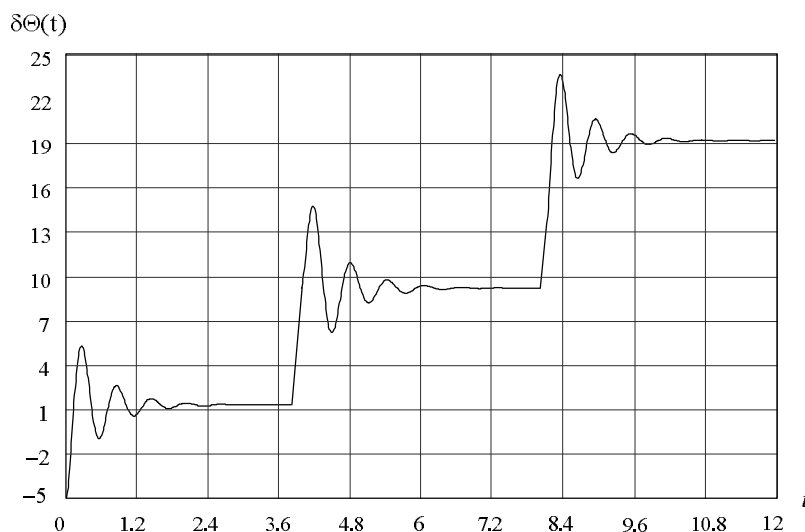


Рис. 2. Закон руху відхилення ротора КД від положення рівноваги при $k_p = 0,5$

ВИСНОВКИ

1. Отримані основні розрахункові аналітичні залежності для однокрокової реакції КД й двофазного його збурення.
2. Встановлені характеристики затухаючих коливань ротора КД відносно положення рівноваги.
3. Отримані залежності можуть використовуватися для подальшого вдосконалення інженерних методів розрахунку подібних електромеханічних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кенио Т. Шаговые двигатели и их микропроцессорные системы управления / Т. Кенио. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 200 с.
2. Hughes A. Electromagnetic damping in stepping motors / A. Hughes, P. J. Lawrenson // *Proceedings of JEE*. – 1975. – V. 122. – № 8. – P. 819–824.
3. Kenjo T. Fundamentals and applications of stepping motors. -Tokyo / T. Kenjo, Y. Niimura // *Sogo Electronics Publishing*. – CO., LTD., 1979. – P. 111.
4. Hughes A. Factors determining high-speed torque in hybrid motors / A. Hughes, P. J. Lawrenson, T. S. Davies // *Proceedings of International Conference on stepping motors and devices*. – 1976. – University of Leeds. – P. 150–157.
5. Lawrenson P. J. Starting stopping rates of stepping motors: Improvement and prediction / P. J. Lawrenson, A. Hughes, P. P. Acarnley // *Proceedings of International Conference on stepping motors and systems*. – 1976. – University of Leeds. – P. 54–60.
6. Lawrenson P. J. Resonance effects in stepping motors / P. J. Lawrenson, I. E. Kingham // *Proceedings of JEE*. – 1977. – V. 124. – № 5. – P. 445–448.
7. Ward P. A. Backlash, resonance and instability in stepping motors // *Proceeding of the Sixth annual symposium on Incremental motion control systems and devices*. – Department of Electrical Engineering, University of Illinois, 1977. – P. 73–83.
8. Singh G. Electromagnetic resonance in permanent-magnet step motor drive system / G. Singh, A. C. Leenhouts, E. F. Mosel // *Proceedings of the International conference on stepping motors and systems*. – University of Leeds, 1976. – P. 115–124.
9. Hughes A. Simple theoretical stability criteria for 1.80 hybrid motors / A. Hughes, P. J. Lawrenson // *Proceedings of the International conference on stepping motors and systems*. – University of Leeds, 1979. – P. 127–135.
10. Lawrenson P. J. Viscously coupled inertial damping of stepping motors / P. J. Lawrenson, I. E. Kingham // *Proceedings of JEE*. – 1975. – V. 122. – № 10. – P. 1137–1140.
11. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.
12. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1970. – 720 с.